



Homepage Journal: <https://jurnal.unismuhpalu.ac.id/index.php/JKS>

Pemodelan Matematika Dinamika Pertumbuhan Mikroorganisme dan Perubahan pH Selama Fermentasi Kopi

Mathematical Modeling of Microbial Growth and pH Dynamics during Coffee Fermentation

Dilla Afriansyah¹, Firman Fajar Perdhana², Made Gendis Putri Pertiwi³

¹⁻³ Universitas Mataram, Indonesia

*Corresponding Author: E-mail: dilla.afriansyah@unram.ac.id

Artikel Penelitian

Article History:

Received: 05 Apr, 2026

Revised: 30 May, 2026

Accepted: 25 Jun, 2026

Kata Kunci:

Fermentasi kopi;
Pemodelan Matematika;
pH;
Persamaan diferensial;

Keywords:

Coffee fermentation;
Mathematical modeling;
pH dynamics;
Differential equation;

DOI: [10.56338/jks.v9i6.11590](https://doi.org/10.56338/jks.v9i6.11590)

ABSTRAK

Fermentasi kopi merupakan proses biokimia yang melibatkan interaksi antara pertumbuhan mikroorganisme dan perubahan kondisi kimia, khususnya pH. Penelitian ini bertujuan mengembangkan model matematika untuk menggambarkan dinamika pertumbuhan mikroorganisme dan perubahan pH selama fermentasi kopi menggunakan sistem persamaan diferensial biasa. Pertumbuhan mikroorganisme dimodelkan menggunakan model logistik, sedangkan perubahan pH dipengaruhi oleh aktivitas metabolik mikroba dan mekanisme umpan balik pH terhadap pertumbuhan mikroorganisme. Simulasi numerik dilakukan selama 72 jam menggunakan metode Runge–Kutta adaptif (RK45). Hasil simulasi menunjukkan bahwa populasi mikroorganisme meningkat dari 10^4 CFU/mL menjadi $9,74 \times 10^7$ CFU/mL, sementara pH menurun dari 6,2 menjadi 5,16. Analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter laju pertumbuhan mikroorganisme merupakan faktor yang paling berpengaruh terhadap dinamika fermentasi. Model yang dikembangkan mampu merepresentasikan interaksi biologis dan kimia selama fermentasi kopi serta berpotensi digunakan sebagai alat prediksi dan evaluasi proses fermentasi.

ABSTRACT

Coffee fermentation is a biochemical process involving interactions between microbial growth and chemical changes, particularly pH dynamics. This study aimed to develop a mathematical model describing microbial growth and pH changes during coffee fermentation using a system of ordinary differential equations. Microbial growth was represented by a logistic model, while pH variation was influenced by microbial metabolic activity and a feedback mechanism linking pH to microbial growth. Numerical simulations were performed over 72 hours using adaptive Runge–Kutta (RK45) method. The results showed that the microbial population increased from 10^4 CFU/mL to 9.74×10^7 CFU/mL, while pH decreased from 6.2 to 5.16. Sensitivity analysis revealed that the microbial growth rate was the most influential parameter affecting fermentation dynamics. The proposed model successfully captured the interaction between biological and chemical processes during coffee fermentation and has potential applications as a predictive and evaluation tool for fermentation management.

PENDAHULUAN

Kopi merupakan salah satu komoditas perkebunan yang memiliki nilai ekonomi tinggi dan berperan penting dalam perdagangan global maupun perekonomian nasional (Tarisma et al., 2024). Selain menjadi sumber pendapatan bagi jutaan petani, kopi juga terus mengalami perkembangan dari sisi pengolahan untuk memenuhi tuntutan konsumen yang semakin beragam. Dalam beberapa tahun terakhir, peningkatan minat terhadap specialty coffee mendorong berkembangnya berbagai metode pascapanen yang bertujuan untuk menghasilkan cita rasa dan karakteristik sensoris yang khas (Febrianto & Zhu, 2023). Salah satu tahapan pascapanen yang berperan penting dalam pembentukan mutu kopi adalah proses fermentasi (Silva et al., 2024).

Fermentasi kopi merupakan proses biokimia yang kompleks karena melibatkan interaksi antara mikroorganisme, substrat, serta kondisi lingkungan selama pengolahan (Haile & Kang, 2019). Berbagai jenis mikroorganisme, seperti khamir (*yeast*), bakteri asam laktat, dan bakteri asam asetat, secara alami tumbuh pada lapisan mukilago buah kopi dan berkontribusi dalam proses degradasi senyawa organik (Haile & Kang, 2019). Aktivitas metabolik mikroorganisme tersebut menghasilkan berbagai metabolit, termasuk asam-asam organik, yang dapat memengaruhi komposisi kimia biji kopi dan pada akhirnya menentukan karakteristik cita rasa, aroma, tingkat keasaman, serta kualitas seduhan kopi yang dihasilkan (Budi et al., 2020).

Salah satu parameter yang sering digunakan untuk memantau berlangsungnya fermentasi adalah perubahan nilai pH (Tawali et al., 2018). Penurunan pH umumnya berkaitan dengan meningkatnya produksi asam organik sebagai hasil metabolisme mikroba selama fermentasi (G. A. A. et al., 2022). Oleh karena itu, dinamika pertumbuhan mikroorganisme dan perubahan pH merupakan dua proses yang saling berkaitan dan dapat digunakan untuk menggambarkan perkembangan fermentasi kopi secara lebih komprehensif. Pemahaman terhadap hubungan antara kedua parameter tersebut menjadi penting tidak hanya untuk menjelaskan mekanisme fermentasi, tetapi juga sebagai dasar dalam upaya pengendalian proses guna memperoleh mutu kopi yang lebih konsisten.

Sebagian besar penelitian mengenai fermentasi kopi hingga saat ini masih didominasi oleh pendekatan eksperimental (Hatiningsih et al., 2022). Berbagai penelitian telah melaporkan identifikasi mikroorganisme yang terlibat dalam fermentasi, perubahan sifat fisikokimia selama proses berlangsung, serta dampaknya terhadap kualitas sensoris kopi (Vale et al., 2024). Meskipun memberikan informasi yang sangat berharga, pendekatan eksperimental memiliki beberapa keterbatasan. Pelaksanaan eksperimen membutuhkan waktu, biaya, dan kondisi lingkungan yang terkendali (Budyanto et al., 2021). Selain itu, hasil yang diperoleh sering kali bersifat spesifik terhadap kondisi tertentu sehingga belum tentu dapat menggambarkan perilaku fermentasi pada skenario yang berbeda (Wan et al., 2023). Akibatnya, kemampuan untuk memprediksi dinamika fermentasi dan mengevaluasi pengaruh perubahan parameter proses masih relatif terbatas (González-Figueroa et al., 2019).

Dalam konteks tersebut, pemodelan matematika dapat menjadi pendekatan pelengkap yang mampu memberikan pemahaman kuantitatif terhadap fenomena fermentasi kopi (Rocha et al., 2024; Rosero & Pantoja, 2021). Model matematika berbasis persamaan diferensial telah banyak digunakan untuk menggambarkan dinamika pertumbuhan mikroorganisme pada berbagai sistem pangan dan bioproses (Moreno-Zambrano et al., 2018). Melalui pendekatan ini, laju pertumbuhan mikroba, perubahan suatu parameter kualitas, serta respons sistem terhadap variasi kondisi dapat dipelajari melalui simulasi numerik tanpa harus melakukan eksperimen dalam jumlah besar (Stavropoulou & Bezirtzoglou, 2019). Namun demikian, kajian yang secara khusus mengintegrasikan dinamika pertumbuhan mikroorganisme dan perubahan pH pada proses fermentasi kopi ke dalam satu kerangka model matematis masih sangat terbatas (Zhang et al., 2019). Padahal, kedua proses tersebut berlangsung secara simultan dan saling memengaruhi selama fermentasi. Berbeda dengan penelitian eksperimental yang umumnya hanya mengamati perubahan mikroorganisme atau pH secara terpisah, penelitian ini mengembangkan model matematis terkopel yang mengintegrasikan kedua proses tersebut dalam satu sistem persamaan diferensial. Pendekatan ini memungkinkan analisis kuantitatif terhadap mekanisme

umpan balik antara aktivitas mikroba dan perubahan kondisi kimia selama fermentasi kopi.

Berdasarkan kondisi tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model matematika terkopel yang mampu menggambarkan dinamika pertumbuhan mikroorganisme dan perubahan pH selama fermentasi kopi menggunakan sistem persamaan diferensial biasa. Pertumbuhan mikroorganisme dimodelkan menggunakan pendekatan pertumbuhan logistik, sedangkan perubahan pH dinyatakan sebagai fungsi dari aktivitas mikroorganisme selama fermentasi.

METODE

Desain Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif berbasis pemodelan matematika untuk menggambarkan dinamika pertumbuhan mikroorganisme dan perubahan pH selama proses fermentasi kopi. Model dikembangkan dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa (*ordinary differential equations/ODE*) yang merepresentasikan interaksi antara aktivitas mikroorganisme dan perubahan kondisi kimia selama fermentasi.

Penelitian dilakukan melalui beberapa tahapan, yaitu: (1) identifikasi fenomena biologis dan kimia yang terjadi selama fermentasi kopi berdasarkan literatur; (2) penyusunan model matematis yang sesuai dengan karakteristik proses fermentasi; (3) penentuan parameter model berdasarkan rentang nilai yang dilaporkan dalam penelitian terdahulu; (4) simulasi numerik menggunakan berbagai skenario parameter; serta (5) analisis sensitivitas untuk mengevaluasi pengaruh parameter terhadap dinamika sistem.

Pengumpulan dan Penentuan Parameter Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari berbagai publikasi ilmiah mengenai fermentasi kopi. Nilai parameter dipilih berdasarkan rentang yang umum dilaporkan pada proses fermentasi kopi basah maupun fermentasi terkendali menggunakan mikroorganisme dominan seperti khamir dan bakteri asam laktat (Siregar et al., 2020). Fermentasi disimulasikan selama 72 jam dengan interval waktu kontinu. Variabel yang diamati meliputi populasi mikroorganisme dan nilai pH sistem fermentasi. Populasi awal mikroorganisme diasumsikan berada pada kisaran 10^3 – 10^4 CFU/mL, sedangkan kapasitas maksimum pertumbuhan mikroorganisme berada pada kisaran 10^7 – 10^9 CFU/mL (Han et al., 2024). Nilai pH awal fermentasi diasumsikan sebesar 6,2 dan mengalami penurunan seiring berlangsungnya aktivitas metabolik mikroorganisme (Siddiqui et al., 2023). Parameter awal yang digunakan dalam simulasi disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Parameter Awal Model Fermentasi Kopi

Parameter	Deskripsi	Nilai Dasar
N_0	Populasi awal mikroorganisme	10^4 CFU/mL
K	Kapasitas maksimum populasi	10^8 CFU/mL
r	Laju pertumbuhan intrinsik	$0,18 \text{ jam}^{-1}$
pH_0	pH awal fermentasi	6,2
α	Koefisien penurunan pH akibat aktivitas mikroba	5×10^{-10}
γ	Koefisien pengaruh penurunan pH terhadap pertumbuhan mikroorganisme	$0,05 \text{ pH}^{-1}$
t	Waktu fermentasi	0-72 jam

Formulasi Model Matematika

Model Pertumbuhan Mikroorganisme

Pertumbuhan mikroorganisme selama fermentasi dimodelkan menggunakan model logistik karena mampu menggambarkan peningkatan populasi yang dibatasi oleh ketersediaan nutrisi dan kapasitas lingkungan (Henriques et al., 2018). Persamaan pertumbuhan dinyatakan sebagai

$$\frac{dN}{dt} = r(1 - \gamma(pH_0 - pH))N \left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

dengan $N(t)$ adalah populasi mikroorganisme pada waktu t (CFU/mL), r adalah laju pertumbuhan intrinsik mikroorganisme (jam^{-1}), γ adalah koefisien sensitivitas mikroba terhadap perubahan pH, pH_0 adalah pH awal fermentasi, dan K adalah kapasitas maksimum populasi (CFU/mL).

Model logistik dipilih karena mampu menggambarkan fase lag, fase eksponensial, dan fase stasioner yang umum terjadi pada pertumbuhan mikroorganisme selama fermentasi (FUJIKAWA et al., 2003).

Model Dinamika pH

Selama fermentasi berlangsung, mikroorganisme menghasilkan berbagai asam organik sebagai produk metabolisme sehingga menyebabkan penurunan pH (Azara, 2020). Dalam penelitian ini diasumsikan bahwa laju perubahan pH sebanding dengan jumlah mikroorganisme yang aktif. Persamaan perubahan pH dinyatakan sebagai

$$\frac{dpH}{dt} = -\alpha N$$

dengan $pH(t)$ adalah nilai pH pada waktu t , α adalah koefisien pengaruh aktivitas mikroorganisme terhadap penurunan pH.

Tanda negatif menunjukkan bahwa peningkatan populasi mikroorganisme akan menyebabkan penurunan nilai pH.

Sistem Model Terkopel

Berdasarkan kedua persamaan tersebut, sistem model fermentasi kopi dapat dituliskan sebagai

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = r(1 - \gamma(pH_0 - pH))N \left(1 - \frac{N}{K}\right) \\ \frac{dpH}{dt} = -\alpha N \end{cases}$$

dengan kondisi awal

$$N(0) = N_0$$

dan

$$pH(0) = pH_0$$

Model ini menggambarkan adanya hubungan timbal balik antara pertumbuhan mikroorganisme dan perubahan pH selama fermentasi kopi. Aktivitas mikroorganisme menyebabkan penurunan pH melalui produksi asam organik, sedangkan penurunan pH pada tingkat tertentu dapat menghambat laju pertumbuhan mikroorganisme (de Oliveira Junqueira et al., 2019). Dengan demikian, sistem yang dikembangkan merepresentasikan mekanisme umpan balik antara aspek biologis dan kimia selama fermentasi.

Berbeda dengan model pertumbuhan logistik konvensional, penelitian ini memasukkan pengaruh perubahan pH terhadap laju pertumbuhan mikroorganisme. Asumsi ini didasarkan pada fakta bahwa akumulasi asam organik selama fermentasi menyebabkan penurunan pH yang pada tingkat tertentu dapat menghambat aktivitas dan pertumbuhan mikroba (Sumarlin et al., 2022). Dengan demikian, model yang dikembangkan menggambarkan mekanisme umpan balik (*feedback mechanism*) antara pertumbuhan mikroorganisme dan perubahan pH selama fermentasi kopi.

Berdasarkan sistem model yang dikembangkan, peningkatan populasi mikroorganisme akan mempercepat penurunan pH melalui produksi asam organik. Sebaliknya, penurunan pH akan

mengurangi laju pertumbuhan mikroorganisme melalui parameter sensitivitas γ . Interaksi ini menghasilkan mekanisme umpan balik negatif yang berpotensi membatasi pertumbuhan mikroba pada tahap akhir fermentasi.

Simulasi Numerik

Sistem persamaan diferensial diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge–Kutta adaptif RK45 (Nazneen Parveen, 2025). Simulasi dilakukan pada rentang waktu 0–72 jam untuk memperoleh profil pertumbuhan mikroorganisme dan perubahan pH selama fermentasi. Hasil simulasi divisualisasikan dalam bentuk: 1) grafik populasi mikroorganisme terhadap waktu, 2) grafik perubahan pH terhadap waktu, 3) grafik hubungan antara populasi mikroorganisme dan pH selama fermentasi.

Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas dilakukan untuk mengevaluasi pengaruh perubahan parameter model terhadap dinamika pertumbuhan mikroorganisme dan perubahan pH selama fermentasi kopi (Rosero & Pantoja, 2021). Analisis ini bertujuan untuk mengidentifikasi parameter yang paling berperan dalam menentukan perilaku sistem serta untuk menilai kestabilan model terhadap variasi nilai parameter.

Dalam penelitian ini, analisis sensitivitas dilakukan dengan pendekatan *one factor at a time*, yaitu dengan mengubah satu parameter sementara parameter lainnya dipertahankan pada nilai dasar (Mehryar et al., 2019). Parameter yang dianalisis meliputi laju pertumbuhan intrinsik mikroorganisme r , koefisien pengaruh aktivitas mikroorganisme terhadap penurunan pH (α), dan koefisien sensitivitas pertumbuhan mikroorganisme terhadap perubahan pH (γ).

Sensitivitas terhadap laju pertumbuhan mikroorganisme (r)

Parameter r merepresentasikan kemampuan mikroorganisme untuk berkembang biak selama fermentasi. Variasi nilai r digunakan untuk mensimulasikan kondisi fermentasi dengan tingkat aktivitas mikroba yang berbeda. Tiga skenario yang digunakan adalah:

1. Fermentasi lambat: $r = 0,12 \text{ jam}^{-1}$
2. Fermentasi sedang: $r = 0,18 \text{ jam}^{-1}$
3. Fermentasi cepat: $r = 0,25 \text{ jam}^{-1}$

Analisis ini bertujuan untuk mengevaluasi pengaruh laju pertumbuhan terhadap waktu yang dibutuhkan mikroorganisme untuk mencapai fase stasioner, populasi maksimum yang dicapai selama fermentasi, serta pola perubahan pH yang dihasilkan.

Sensitivitas terhadap koefisien penurunan pH (α)

Parameter α menggambarkan besarnya pengaruh aktivitas mikroorganisme terhadap laju penurunan pH akibat pembentukan asam organik selama fermentasi. Untuk mengevaluasi sensitivitas sistem terhadap parameter ini, nilai α divariasikan sebesar $\pm 20\%$ dari nilai dasar. Jika nilai dasar parameter adalah

$$\alpha = 5 \times 10^{-10}$$

Maka skenario yang digunakan meliputi:

1. $\alpha = 4 \times 10^{-10}$
2. $\alpha = 5 \times 10^{-10}$
3. $\alpha = 6 \times 10^{-10}$

Analisis ini dilakukan untuk mengetahui pengaruh perubahan produksi asam organik terhadap laju penurunan pH serta implikasinya terhadap dinamika fermentasi secara keseluruhan.

Sensitivitas terhadap koefisien pengaruh pH terhadap pertumbuhan mikroorganisme (γ)

Parameter γ merupakan parameter utama yang membedakan model yang dikembangkan dalam penelitian ini dengan model logistik konvensional. Parameter ini menggambarkan tingkat sensitivitas pertumbuhan mikroorganisme terhadap perubahan pH selama fermentasi. Semakin besar nilai γ , semakin kuat efek penghambatan akibat penurunan pH terhadap pertumbuhan mikroorganisme. Nilai γ divariasikan dalam tiga skenario sebagai berikut:

1. $\gamma = 0,05 \text{ pH}^{-1}$ (pengaruh pH rendah)
2. $\gamma = 0,50 \text{ pH}^{-1}$ (pengaruh pH sedang)
3. $\gamma = 0,80 \text{ pH}^{-1}$ (pengaruh pH tinggi)

Analisis ini bertujuan untuk mengevaluasi bagaimana mekanisme umpan balik antara perubahan pH dan pertumbuhan mikroorganisme memengaruhi dinamika fermentasi. Selain itu, analisis terhadap parameter γ digunakan untuk mengidentifikasi sejauh mana akumulasi asam organik dapat membatasi pertumbuhan mikroba pada kondisi fermentasi yang semakin asam. Berdasarkan seluruh skenario tersebut, keluaran model yang diamati meliputi:

1. Profil pertumbuhan mikroorganisme terhadap waktu
2. Profil perubahan pH terhadap waktu
3. Waktu yang dibutuhkan untuk mencapai populasi mendekati kapasitas maksimum
4. Nilai pH akhir fermentasi setelah 72 jam
5. Perubahan pola dinamika sistem akibat variasi masing-masing parameter.

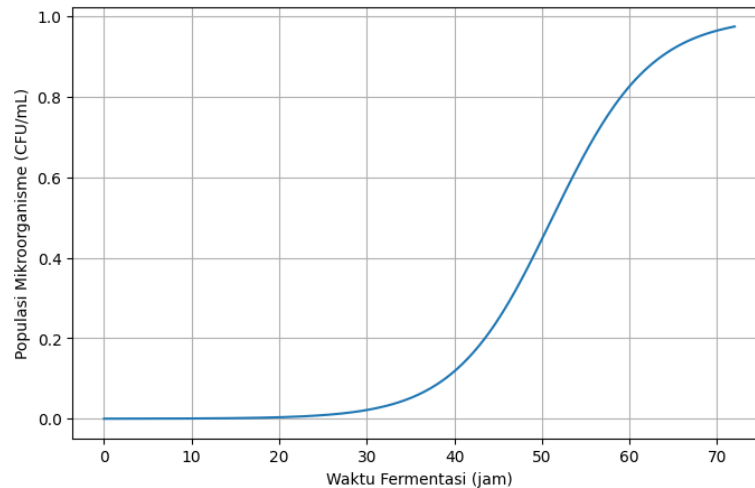
Hasil analisis sensitivitas digunakan untuk mengidentifikasi parameter yang paling berpengaruh terhadap sistem fermentasi kopi serta untuk mengevaluasi robustitas model yang dikembangkan dalam menggambarkan interaksi antara aspek biologis dan kimia selama proses fermentasi.

Komputasi

Seluruh simulasi numerik dilakukan menggunakan bahasa pemrograman Python pada platform Google Colab. Pustaka NumPy digunakan untuk komputasi numerik, SciPy digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial menggunakan metode RK45, sedangkan Matplotlib digunakan untuk visualisasi hasil simulasi (Harris et al., 2020).

HASIL**Dinamika Pertumbuhan Mikroorganisme Selama Fermentasi Kopi**

Hasil simulasi menunjukkan bahwa populasi mikroorganisme mengalami peningkatan yang mengikuti pola pertumbuhan logistik selama periode fermentasi 72 jam. Pada kondisi awal, populasi mikroorganisme diasumsikan sebesar 10^4 CFU/mL dan meningkat hingga mencapai $9,74 \times 10^7$ CFU/mL pada akhir fermentasi. Dinamika pertumbuhan mikroorganisme selama fermentasi disajikan pada Gambar 1.



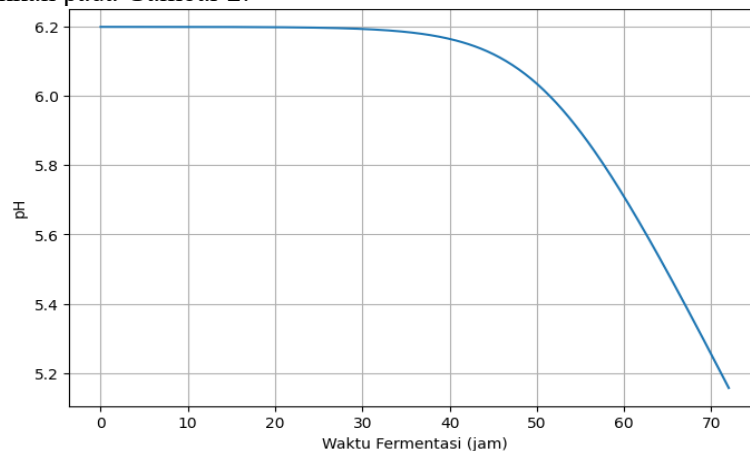
Gambar 1. Dinamika Pertumbuhan Mikroorganisme Selama Fermentasi Kopi

Kurva pada Gambar 1 menunjukkan tiga fase utama yang umum ditemukan pada proses fermentasi. Pada fase awal (0–20 jam), peningkatan populasi berlangsung relatif lambat karena mikroorganisme masih beradaptasi terhadap lingkungan fermentasi. Fase ini dikenal sebagai fase lag, yaitu periode ketika aktivitas metabolik mulai meningkat namun pembelahan sel belum berlangsung secara optimal. Setelah fase adaptasi, populasi mikroorganisme memasuki fase eksponensial yang ditandai dengan peningkatan jumlah sel secara cepat, terutama pada rentang waktu 20–60 jam. Pada fase ini, ketersediaan substrat masih cukup untuk mendukung pertumbuhan mikroorganisme sehingga laju pertumbuhan mendekati nilai maksimum yang ditentukan oleh parameter r .

Mendekati akhir fermentasi, laju pertumbuhan mulai menurun dan kurva secara bertahap mendekati kapasitas maksimum lingkungan (K). Kondisi ini menunjukkan bahwa sistem memasuki fase stasioner akibat keterbatasan nutrisi dan meningkatnya akumulasi produk metabolisme.

Dinamika Perubahan pH Selama Fermentasi Kopi

Perubahan pH merupakan salah satu indikator penting dalam mengevaluasi keberhasilan fermentasi kopi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa nilai pH awal sebesar 6,2 mengalami penurunan secara bertahap hingga mencapai 5,16 pada akhir periode fermentasi. Profil perubahan pH selama fermentasi ditunjukkan pada Gambar 2.



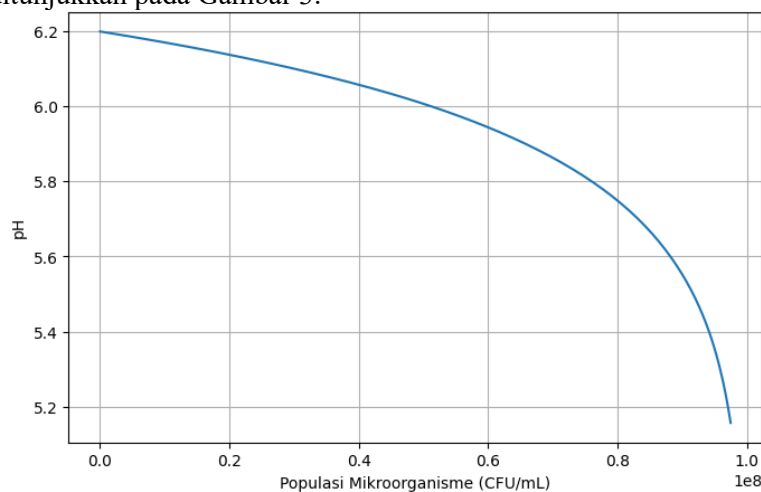
Gambar 2. Dinamika Perubahan pH Selama Fermentasi Kopi

Berdasarkan Gambar 2, penurunan pH pada tahap awal fermentasi berlangsung relatif lambat. Kondisi ini terjadi karena populasi mikroorganisme masih berada pada fase adaptasi sehingga produksi metabolit asam belum berlangsung secara intensif. Seiring meningkatnya populasi mikroorganisme, laju produksi asam organik juga meningkat dan menyebabkan penurunan pH yang lebih cepat, terutama pada fase pertumbuhan eksponensial.

Penurunan pH yang diperoleh dari simulasi masih berada pada rentang yang umum dilaporkan pada fermentasi kopi, sehingga menunjukkan bahwa model mampu merepresentasikan fenomena fermentasi secara realistis (Nadya et al., 2024).

Hubungan antara Pertumbuhan Mikroorganisme dan Perubahan pH

Untuk memahami keterkaitan antara aspek biologis dan kimia selama fermentasi, hubungan antara populasi mikroorganisme dan nilai pH dianalisis lebih lanjut. Hasil simulasi hubungan kedua variabel tersebut ditunjukkan pada Gambar 3.



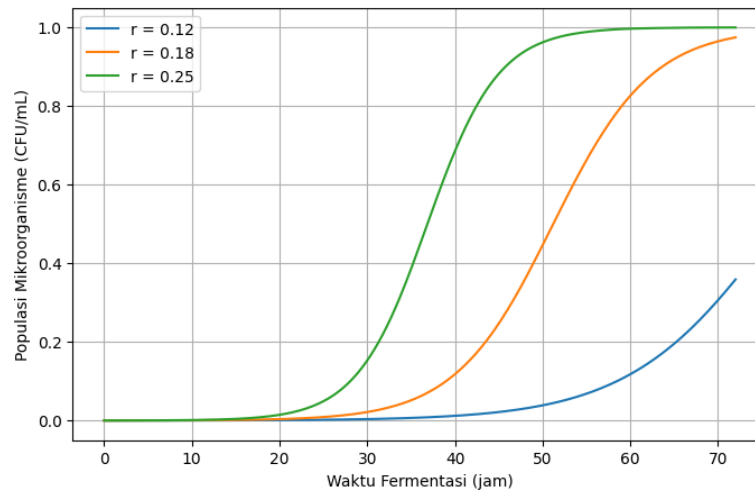
Gambar 3. Hubungan antara Populasi Mikroorganisme dan Perubahan pH

Gambar 3 menunjukkan adanya hubungan negatif antara populasi mikroorganisme dan nilai pH. Ketika populasi mikroorganisme meningkat, nilai pH cenderung menurun. Pada fase awal fermentasi, perubahan pH relatif kecil meskipun populasi mulai meningkat. Namun setelah populasi memasuki fase pertumbuhan eksponensial, penurunan pH berlangsung lebih cepat akibat meningkatnya aktivitas metabolik mikroorganisme. Hubungan tersebut menunjukkan bahwa produksi asam organik selama fermentasi sangat dipengaruhi oleh jumlah dan aktivitas mikroorganisme yang berkembang dalam sistem.

Analisis Sensitivitas Parameter

Pengaruh Laju Pertumbuhan Mikroorganisme

Analisis sensitivitas pertama dilakukan terhadap parameter laju pertumbuhan intrinsik mikroorganisme (r). Parameter ini merepresentasikan kemampuan mikroorganisme untuk berkembang biak selama fermentasi. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 4.

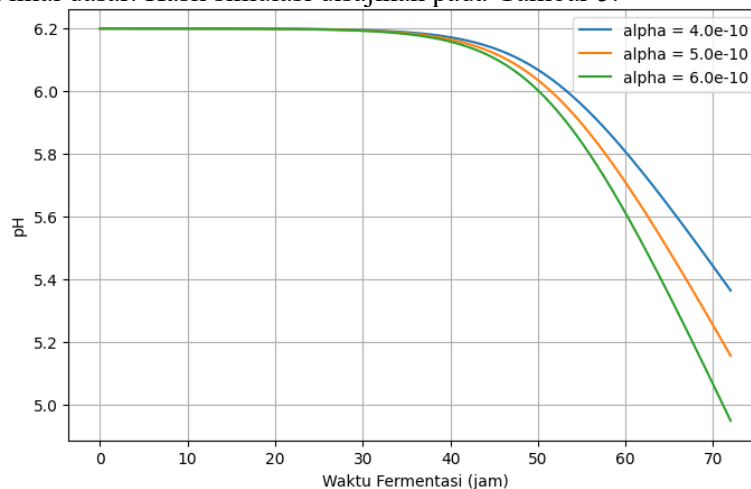


Gambar 4. Sensitivitas Populasi Mikroorganisme terhadap Parameter r

Nilai r yang lebih tinggi menghasilkan pertumbuhan populasi yang lebih cepat dan memungkinkan mikroorganisme mencapai kapasitas maksimum lingkungan dalam waktu yang lebih singkat. Pada skenario $r = 0,12$, populasi akhir hanya mencapai $3,59 \times 10^7$ CFU/mL dengan pH akhir sebesar 6,01. Sebaliknya, pada skenario $r = 0,25$, populasi meningkat hingga mendekati 10^8 CFU/mL dan menghasilkan pH akhir sebesar 4,44. Hasil ini menunjukkan bahwa parameter r merupakan parameter yang paling berpengaruh terhadap dinamika fermentasi.

Pengaruh Koefisien Penurunan pH (α)

Selain laju pertumbuhan mikroorganisme, dinamika fermentasi juga dipengaruhi oleh parameter α , yaitu koefisien yang menggambarkan besarnya pengaruh aktivitas mikroorganisme terhadap laju penurunan pH. Analisis sensitivitas terhadap parameter α dilakukan dengan memvariasikan nilainya sebesar $\pm 20\%$ dari nilai dasar. Hasil simulasi disajikan pada Gambar 5.



Gambar 5. Sensitivitas Perubahan pH terhadap Parameter α

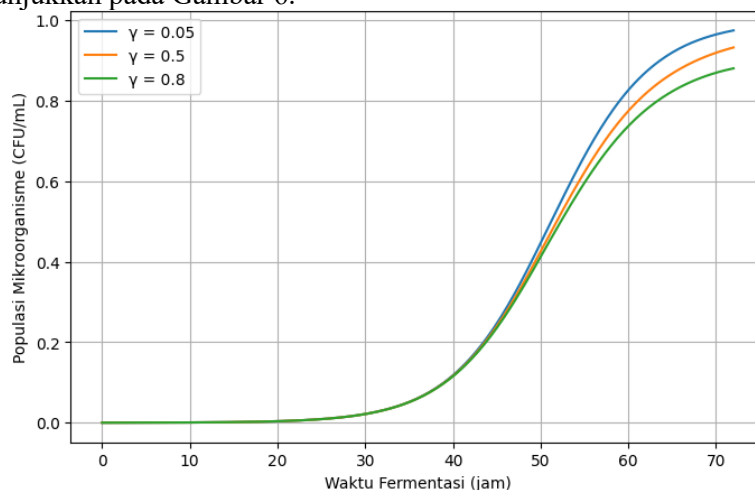
Berdasarkan Gambar 5, perubahan nilai α memberikan pengaruh yang cukup signifikan terhadap pola penurunan pH selama fermentasi. Nilai α yang lebih besar menghasilkan penurunan pH yang lebih

cepat karena setiap peningkatan populasi mikroorganisme diikuti oleh produksi asam organik yang lebih tinggi. Sebaliknya, nilai α yang lebih kecil menyebabkan pH menurun lebih lambat.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa ketika nilai α ditingkatkan dari 4×10^{-10} menjadi 6×10^{-10} , nilai pH akhir berubah dari 5,36 menjadi 4,95. Meskipun demikian, perubahan nilai α tidak memberikan pengaruh yang berarti terhadap populasi mikroorganisme. Populasi akhir pada ketiga skenario tetap berada pada kisaran $9,74 \times 10^7$ CFU/mL.

Pengaruh Koefisien Sensitivitas pH (γ)

Parameter γ merupakan salah satu komponen utama dalam model yang dikembangkan karena merepresentasikan mekanisme umpan balik antara perubahan pH dan pertumbuhan mikroorganisme. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Sensitivitas Populasi Mikroorganisme terhadap Parameter γ

Gambar 6 menunjukkan bahwa peningkatan nilai γ menyebabkan penurunan laju pertumbuhan mikroorganisme. Pada nilai $\gamma = 0,05$, populasi mikroorganisme pada akhir fermentasi mencapai $9,74 \times 10^7$ CFU/mL. Ketika nilai γ ditingkatkan menjadi 0,50, populasi akhir menurun menjadi $9,32 \times 10^7$ CFU/mL. Penurunan yang lebih besar terjadi pada $\gamma = 0,80$, di mana populasi akhir hanya mencapai $8,80 \times 10^7$ CFU/mL.

Selain memengaruhi populasi mikroorganisme, peningkatan nilai γ juga menyebabkan nilai pH akhir sedikit meningkat. Pada $\gamma = 0,05$, pH akhir tercatat sebesar 5,16, sedangkan pada $\gamma = 0,80$, pH akhir meningkat menjadi 5,25.

DISKUSI

Hasil simulasi menunjukkan bahwa model yang dikembangkan mampu merepresentasikan dinamika fermentasi kopi secara realistis melalui integrasi antara pertumbuhan mikroorganisme dan perubahan pH. Pola pertumbuhan mikroorganisme yang mengikuti kurva logistik menunjukkan bahwa model berhasil menggambarkan tahapan pertumbuhan yang umum ditemukan pada proses fermentasi, yaitu fase adaptasi, fase eksponensial, dan fase stasioner (Dai et al., 2025). Fenomena ini sejalan dengan karakteristik pertumbuhan mikroorganisme pada sistem fermentasi pangan, di mana ketersediaan nutrisi dan kondisi lingkungan menjadi faktor utama yang menentukan laju pertumbuhan populasi (Ardi Ningsih Eka Putri et al., 2022).

Penurunan pH yang diperoleh selama simulasi juga menunjukkan perilaku yang sesuai dengan proses fermentasi kopi yang sebenarnya (Kamaluddin et al., 2024). Aktivitas metabolik mikroorganisme menghasilkan berbagai asam organik yang menyebabkan lingkungan fermentasi menjadi semakin asam (Nadya et al., 2024). Dalam praktik fermentasi kopi, pembentukan asam organik

seperti asam laktat dan asam asetat merupakan salah satu faktor penting yang berkontribusi terhadap pembentukan karakteristik cita rasa dan aroma kopi (Darwin et al., 2023).

Dari perspektif bioteknologi, hasil penelitian menunjukkan bahwa laju pertumbuhan mikroorganisme merupakan faktor utama yang menentukan keberhasilan fermentasi (Pulung Nugroho et al., 2025). Mikroorganisme yang tumbuh lebih cepat mampu menghasilkan metabolit dalam jumlah yang lebih besar sehingga mempercepat perubahan kondisi kimia selama fermentasi (Subayu & Supatman, 2022). Temuan ini didukung oleh hasil analisis sensitivitas yang menunjukkan bahwa parameter r merupakan parameter yang paling berpengaruh terhadap dinamika sistem.

Berbeda dengan parameter r , parameter α lebih berperan dalam mengendalikan aspek kimia fermentasi. Variasi nilai α menghasilkan perubahan yang cukup besar pada nilai pH akhir, namun tidak memberikan pengaruh yang berarti terhadap populasi mikroorganisme. Hal ini menunjukkan bahwa tingkat keasaman fermentasi tidak hanya ditentukan oleh jumlah mikroorganisme, tetapi juga oleh kemampuan metaboliknya dalam menghasilkan asam organik.

Kontribusi utama penelitian ini terletak pada penggunaan parameter γ yang memungkinkan terjadinya hubungan timbal balik antara aspek biologis dan kimia selama fermentasi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa peningkatan nilai γ menyebabkan penurunan populasi akhir mikroorganisme dan menghasilkan pH akhir yang sedikit lebih tinggi. Temuan ini menunjukkan adanya mekanisme umpan balik negatif yang membantu menjaga kestabilan sistem fermentasi.

Dari perspektif matematika terapan, keberadaan mekanisme umpan balik tersebut menjadi aspek yang membedakan model ini dari model pertumbuhan logistik sederhana yang banyak digunakan pada penelitian sebelumnya. Integrasi antara dinamika populasi mikroorganisme dan perubahan pH memungkinkan model memberikan representasi yang lebih mendekati kondisi fermentasi nyata.

Meskipun demikian, penelitian ini masih memiliki beberapa keterbatasan. Parameter model diperoleh dari literatur dan belum dikalibrasi menggunakan data eksperimen aktual. Selain itu, model mengasumsikan seluruh komunitas mikroorganisme sebagai satu populasi homogen dan belum mempertimbangkan pengaruh suhu, konsumsi substrat, maupun interaksi antarspesies mikroorganisme. Oleh karena itu, penelitian lanjutan diperlukan untuk meningkatkan kompleksitas dan akurasi model.

KESIMPULAN

Penelitian ini berhasil mengembangkan model matematika berbasis sistem persamaan diferensial biasa untuk menggambarkan dinamika pertumbuhan mikroorganisme dan perubahan pH selama fermentasi kopi. Model yang dikembangkan mengintegrasikan aspek biologis dan kimia melalui mekanisme umpan balik antara pertumbuhan mikroorganisme dan tingkat keasaman lingkungan fermentasi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa populasi mikroorganisme meningkat mengikuti pola pertumbuhan logistik, dari 10^4 CFU/mL pada awal fermentasi menjadi $9,74 \times 10^7$ CFU/mL setelah 72 jam fermentasi. Pada saat yang sama, nilai pH mengalami penurunan dari 6,2 menjadi 5,16 akibat akumulasi asam organik yang dihasilkan selama aktivitas metabolik mikroorganisme.

Analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter laju pertumbuhan intrinsik mikroorganisme (r) merupakan faktor yang paling berpengaruh terhadap dinamika fermentasi. Peningkatan nilai r mempercepat pertumbuhan populasi mikroorganisme dan menghasilkan penurunan pH yang lebih besar. Sementara itu, parameter α terutama memengaruhi laju penurunan pH tanpa memberikan perubahan yang signifikan terhadap populasi mikroorganisme. Parameter sensitivitas pH (γ) menunjukkan bahwa peningkatan tingkat keasaman dapat menghambat pertumbuhan mikroorganisme, sehingga membentuk mekanisme umpan balik negatif yang membantu mengendalikan sistem fermentasi secara alami.

SARAN

Berdasarkan hasil penelitian yang diperoleh, beberapa saran dapat diajukan untuk pengembangan penelitian selanjutnya. Pertama, diperlukan penggunaan data eksperimen fermentasi kopi yang

sebenarnya untuk melakukan kalibrasi dan validasi parameter model sehingga hasil simulasi dapat merepresentasikan kondisi nyata secara lebih akurat.

Kedua, model yang dikembangkan dapat diperluas dengan memasukkan variabel proses lain yang berpengaruh terhadap fermentasi kopi, seperti suhu, kadar air, konsentrasi substrat, dan ketersediaan oksigen. Penambahan variabel tersebut diharapkan mampu menghasilkan model yang lebih komprehensif dalam menggambarkan dinamika fermentasi.

Ketiga, integrasi model matematika dengan teknologi kecerdasan buatan (*artificial intelligence*) dan sistem pemantauan berbasis sensor *real-time* merupakan arah penelitian yang menjanjikan. Pendekatan ini berpotensi mendukung pengembangan sistem fermentasi kopi cerdas yang mampu melakukan prediksi dan pengambilan keputusan secara otomatis berdasarkan kondisi fermentasi yang berlangsung.

DAFTAR PUSTAKA

- Ardi Ningsih Eka Putri, N. P., Nocianitri, K. A., & Wisaniyasa, N. W. (2022). Pengaruh Lama Fermentasi terhadap Karakteristik Minuman Probiotik Sari Buah Jambu Biji Merah (*Psidium guajava* L.) dengan Isolat *Weissella confusa* F213. *Jurnal Ilmu Dan Teknologi Pangan (ITEPA)*, 11(3), 542. <https://doi.org/10.24843/itepa.2022.v11.i03.p14>
- Azara, R. (2020). *Buku Ajar Mikrobiologi Pangan*. Umsida Press. <https://doi.org/10.21070/2020/978-623-6833-64-3>
- Budi, D., Mushollaeni, W., Yusianto, Y., & Rahmawati, A. (2020). KARAKTERISASI KOPI BUBUK ROBUSTA (*Coffea canephora*) TULUNGREJO TERFERMENTASI DENGAN RAGI *Saccharomyces cerevisiae*. *Jurnal Agroindustri*, 10(2), 129–138. <https://doi.org/10.31186/j.agroindustri.10.2.129-138>
- Budiyanto, B., Uker, D., & Izahar, T. (2021). KARAKTERISTIK FISIK KUALITAS BIJI KOPI DAN KUALITAS KOPI BUBUK SINTARO 2 DAN SINTARO 3 DENGAN BERBAGAI TINGKAT SANGRAI. *Jurnal Agroindustri*, 11(1), 54–71. <https://doi.org/10.31186/j.agroindustri.11.1.54-71>
- Dai, Y., Liu, W., Dong, X., & Li, Q. (2025). An enhanced model for accumulated CO₂ concentration in closed *Escherichia coli* fermenters. *Letters in Applied Microbiology*, 78(4). <https://doi.org/10.1093/lambio/ovaf052>
- Darwin, Bulan, R., Hapirayani, Muliawati, A., Faradilla, Irnanda, A. I., & Kaban, M. B. (2023). Carbohydrate Enrichment in In-Vitro Civet Coffee Fermentation: Impact on Arabica Coffee Beans. *International Journal of Design & Nature and Ecodynamics*, 18(6), 1485–1492. <https://doi.org/10.18280/ijdne.180623>
- de Oliveira Junqueira, A. C., de Melo Pereira, G. V., Coral Medina, J. D., Alvear, M. C. R., Rosero, R., de Carvalho Neto, D. P., Enríquez, H. G., & Soccol, C. R. (2019). First description of bacterial and fungal communities in Colombian coffee beans fermentation analysed using Illumina-based amplicon sequencing. *Scientific Reports*, 9(1), 8794. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-45002-8>
- Febrianto, N. A., & Zhu, F. (2023). Coffee bean processing: Emerging methods and their effects on chemical, biological and sensory properties. *Food Chemistry*, 412, 135489. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2023.135489>
- FUJIKAWA, H., KAI, A., & MOROZUMI, S. (2003). A New Logistic Model for Bacterial Growth. *Journal of the Food Hygienic Society of Japan (Shokuhin Eiseigaku Zasshi)*, 44(3), 155–160. <https://doi.org/10.3358/shokueishi.44.155>
- G. A. A., P., LINDAWATI, S. A., & MIWADA, I. N. S. (2022). CHEMICAL CHARACTERISTICS OF KEFIR COW'S MILK FORTIFIED ARABICA GROUND COFFEE DURING FERMENTATION. *Majalah Ilmiah Peternakan*, 25(3), 123. <https://doi.org/10.24843/MIP.2022.V25.i03.p01>
- González-Figueroa, C., Alejandro Flores-Estrella, R., & A. Rojas-Rejón, O. (2019). Fermentation: Metabolism, Kinetic Models, and Bioprocessing. In *Current Topics in Biochemical Engineering*. IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/intechopen.82195>
- Haile, M., & Kang, W. H. (2019). The Role of Microbes in Coffee Fermentation and Their Impact on Coffee Quality. *Journal of Food Quality*, 2019, 1–6. <https://doi.org/10.1155/2019/4836709>

- Han, D., Bao, X., Wang, Y., Liao, X., Wang, K., Chen, J., Li, X., Yang, Z., & Wang, Y. (2024). The impact of lactic acid bacteria inoculation on the fermentation and metabolomic dynamics of indigenous Beijing douzhi microbial communities. *Frontiers in Microbiology*, 15. <https://doi.org/10.3389/fmicb.2024.1435834>
- Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., Gommers, R., Virtanen, P., Cournapeau, D., Wieser, E., Taylor, J., Berg, S., Smith, N. J., Kern, R., Picus, M., Hoyer, S., van Kerkwijk, M. H., Brett, M., Haldane, A., del Río, J. F., Wiebe, M., Peterson, P., ... Oliphant, T. E. (2020). Array programming with NumPy. *Nature*, 585(7825), 357–362. <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>
- Hatiningsih, S., Mayun Permana, I. D. G., Admadi Harsojuwono, B., Wayan Gunam, I. B., & Wahyu Adi, N. (2022). Pengaruh Penambahan *Lactobacillus fermentum* CK165 dan Lama Fermentasi terhadap Karakteristik Fisik Kopi Arabika (*Coffea arabica*) Asal Kintamani, Bangli. *Jurnal Ilmu Dan Teknologi Pangan (ITEPA)*, 11(3), 506. <https://doi.org/10.24843/itepa.2022.v11.i03.p11>
- Henriques, D., Alonso-del-Real, J., Querol, A., & Balsa-Canto, E. (2018). *Saccharomyces cerevisiae* and *S. kudriavzevii* Synthetic Wine Fermentation Performance Dissected by Predictive Modeling. *Frontiers in Microbiology*, 9. <https://doi.org/10.3389/fmicb.2018.00088>
- Kamaluddin, N. N., Solihin, E., Suryatmana, P., Januar, D. G., Rainaldi, R., & Setiawan, A. (2024). Perubahan Komposisi Mikrob dalam Proses Fermentasi Kopi Honey dan Natural. *Soilrens*, 21(2), 66–71. <https://doi.org/10.24198/soilrens.v21i2.53447>
- Mehryar, S., Sliuzas, R., Schwarz, N., Sharifi, A., & van Maarseveen, M. (2019). From individual Fuzzy Cognitive Maps to Agent Based Models: Modeling multi-factorial and multi-stakeholder decision-making for water scarcity. *Journal of Environmental Management*, 250, 109482. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2019.109482>
- Moreno-Zambrano, M., Grimbs, S., Ullrich, M. S., & Hütt, M.-T. (2018). A mathematical model of cocoa bean fermentation. *Royal Society Open Science*, 5(10), 180964. <https://doi.org/10.1098/rsos.180964>
- Nadya, H. F., Ahmad, U., & Samsudin, S. (2024). Improving the Taste of Robusta Coffee by Fermentation with Yeast Inoculum and Its Effect on Caffeine Content. *Jurnal Teknik Pertanian Lampung (Journal of Agricultural Engineering)*, 13(2), 298. <https://doi.org/10.23960/jtep-l.v13i2.298-308>
- Nazneen Parveen, N. A. (2025). Study of Numerical Solutions of Stiff Differential Equations Using Rk Method and Adaptive Stepsize Control Method. *Communications on Applied Nonlinear Analysis*, 32(10s), 2885–2898. <https://doi.org/10.52783/cana.v32.5826>
- Pulung Nugroho, Dhanang Puspita, & Yedhiyah Totti. (2025). EKSPLORASI AROMA DAN RASA KOPI DENGAN METODE FERMENTASI. *Jurnal Sains Dan Teknologi Pangan*, 10(6). <https://doi.org/10.63071/xvryn026>
- Rocha, R. A. R., Cruz, M. A. D. da, Silva, L. C. F., Costa, G. X. R., Amaral, L. R., Bertarini, P. L. L., Gomes, M. S., & Santos, L. D. (2024). Evaluation of Arabica Coffee Fermentation Using Machine Learning. *Foods*, 13(3), 454. <https://doi.org/10.3390/foods13030454>
- Rosero, N., & Pantoja, A. (2021). Optimization-based parameter identification of a coffee fermentation model using evolutionary algorithms. *IFAC-PapersOnLine*, 54(20), 681–686. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2021.11.250>
- Siddiqui, S. A., Erol, Z., Rugji, J., Taşçı, F., Kahraman, H. A., Toppi, V., Musa, L., Di Giacinto, G., Bahmid, N. A., Mehdizadeh, M., & Castro-Muñoz, R. (2023). An overview of fermentation in the food industry - looking back from a new perspective. *Bioresources and Bioprocessing*, 10(1), 85. <https://doi.org/10.1186/s40643-023-00702-y>
- Silva, L. C. F., Pereira, P. V. R., Cruz, M. A. D. da, Costa, G. X. R., Rocha, R. A. R., Bertarini, P. L. L., Amaral, L. R. do, Gomes, M. S., & Santos, L. D. (2024). Enhancing Sensory Quality of Coffee: The Impact of Fermentation Techniques on *Coffea arabica* cv. Catiguá MG2. *Foods*, 13(5), 653. <https://doi.org/10.3390/foods13050653>
- Siregar, Z. A., Susanty, D., & Suthamihardja, R. (2020). FERMENTASI BIJI KOPI ARABIKA (*Coffea arabica* L.) DENGAN PENAMBAHAN BAKTERI ASAM LAKTAT (*Lactobacillus* sp). *Sains*

-
- Natural: Journal of Biology and Chemistry*, 10(2), 87–94. <https://doi.org/10.31938/jsn.v10i2.285>
- Stavropoulou, E., & Bezirtzoglou, E. (2019). Predictive Modeling of Microbial Behavior in Food. *Foods*, 8(12), 654. <https://doi.org/10.3390/foods8120654>
- Subayu, A., & Supatman. (2022). Deteksi Tingkat Kematangan Fermentasi Singkong (Tape Singkong) Menggunakan Convolutional Neural Network (CNN). *Journal Of Information System And Artificial Intelligence*, 2(2), 136–141. <https://doi.org/10.26486/jisai.v2i2.68>
- Sumarlin, L. O., Ariyanti, F., Pikoli, M. R., Muawanah, A., & Wulandari, M. (2022). Isolation and Characterization of Cellulolytic Bacteria During Natural Fermentation of Sweet Orange Peel Waste (Citrus sinensis). *Al-Kauniah: Jurnal Biologi*, 15(2), 298–308. <https://doi.org/10.15408/kauniah.v15i2.23357>
- Tarisma, T., Saumi, F., & Nabilla, U. (2024). Application Of The Adams Bashforth-Moulton Method To Coffee Production Quantity Approach. *Mathline : Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 9(4), 1063–1071. <https://doi.org/10.31943/mathline.v9i4.660>
- Tawali, A. B., Abdullah, N., & Wiranata, B. S. (2018). PENGARUH FERMENTASI MENGGUNAKAN BAKTERI ASAM LAKTAT YOGHURT TERHADAP CITARASA KOPI ROBUSTA (COFFEA ROBUSTA). *Canrea Journal: Food Technology, Nutritions, and Culinary Journal*, 90–97. <https://doi.org/10.20956/canrea.v1i1.26>
- Vale, A. da S., Pereira, C. M. T., De Dea Lindner, J., Rodrigues, L. R. S., Kadri, N. K. El, Pagnoncelli, M. G. B., Kaur Brar, S., Soccol, C. R., & Pereira, G. V. de M. (2024). Exploring Microbial Influence on Flavor Development during Coffee Processing in Humid Subtropical Climate through Metagenetic–Metabolomics Analysis. *Foods*, 13(12), 1871. <https://doi.org/10.3390/foods13121871>
- Wan, S., Liu, X., Sun, W., Lv, B., & Li, C. (2023). Current advances for omics-guided process optimization of microbial manufacturing. *Bioresources and Bioprocessing*, 10(1), 30. <https://doi.org/10.1186/s40643-023-00647-2>
- Zhang, S. J., De Bruyn, F., Pothakos, V., Contreras, G. F., Cai, Z., Moccand, C., Weckx, S., & De Vuyst, L. (2019). Influence of Various Processing Parameters on the Microbial Community Dynamics, Metabolomic Profiles, and Cup Quality During Wet Coffee Processing. *Frontiers in Microbiology*, 10. <https://doi.org/10.3389/fmicb.2019.02621>
-